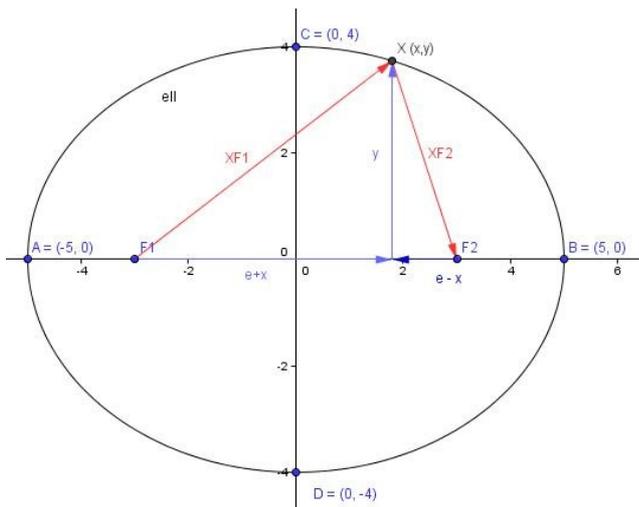
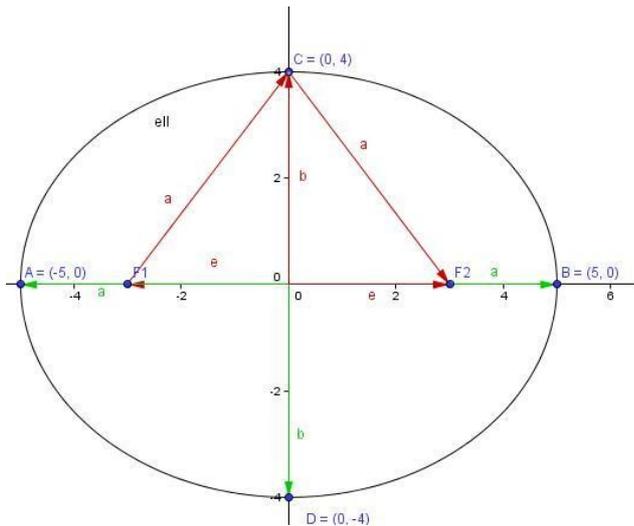


## Ellipsen – Herleitung

Definition (Ellipse): Die Ellipse ist die Menge aller Punkte  $X$  einer Ebene  $E$  für die die Summe der Abstände von 2 festen Punkten (=Brennpunkte) konstant (=2a) ist.

Skizzenbeschreibung: A,B... Hauptscheitel                      a... Hauptachse  
 C,D... Nebenscheitel                                      b... Nebenachse  
 F<sub>1</sub>,F<sub>2</sub>... Brennpunkte                                      e... lineare Exzentrizität

Laut Def:  $ell = \{ X \in ell : \overline{XF_1} + \overline{XF_2} = 2a \}$  , Geometr. Überlegung:  $a^2 = b^2 + e^2$



$$\sqrt{(x+e)^2+y^2}+\sqrt{(e-x)^2+y^2}=2a$$

$$\sqrt{(x+e)^2+y^2}=2a-\sqrt{(e-x)^2+y^2} \quad | \text{ Gleichung quadrieren}$$

$$(x+e)^2+y^2=4a^2-4a\sqrt{(e-x)^2+y^2}+(e-x)^2+y^2$$

$$x^2+2ex+e^2+y^2=4a^2-4a\sqrt{(e-x)^2+y^2}+e^2-2ex+x^2+y^2 \quad | \text{ Kürzen, umformen}$$

$$4a\sqrt{(e-x)^2+y^2}=4a^2-4ex \quad | :4$$

$$a\sqrt{(e-x)^2+y^2}=a^2-ex \quad | \text{ Gleichung quadrieren}$$

$$a^2(e^2-2ex+x^2+y^2)=a^4-2a^2ex+e^2x^2$$

$$a^2e^2-2a^2ex+a^2x^2+a^2y^2=a^4-2a^2ex+e^2x^2 \quad | \text{ Kürzen, } e^2=a^2-b^2$$

$$a^2(a^2-b^2)+a^2x^2+a^2y^2=a^4+(a^2-b^2)x^2 \quad | \text{ Vereinfachen, Umformen}$$

$$b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2 \quad | \text{ Ellipsengleichung in 1. Hauptlage}$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad | \text{ Abschnittsform}$$

$$a^2x^2+b^2y^2=a^2b^2 \quad | \text{ Ellipsengleichung in 2. Hauptlage}$$